

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2013/2014

Geben Sie Ihren Namen, Matr.-Nr., Übungsgruppe auf Ihrer Lösung an und heften Sie alle Blätter zusammen!

Übungsblatt 14 - Abgabe bis Dienstag, 28.01.2014, 12:00 Uhr im Postfach 32 im HG

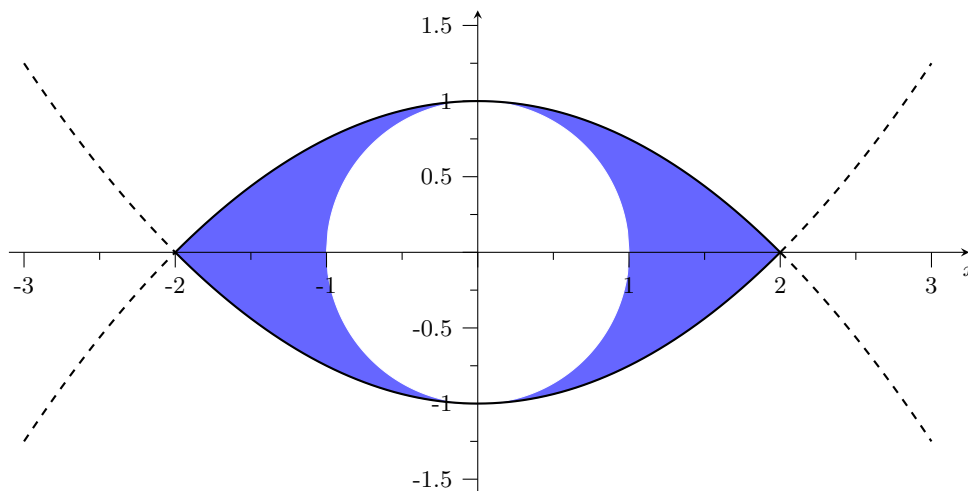
Aufgabe 14.1 (19 Punkte)

Berechnen Sie

- (a) $\int_{-1}^0 \frac{18x^2}{e^{2x^3+2}} dx$ mit der Substitutionsmethode,
- (b) $\int_0^\pi (\cos(x) + 8x^2 + \sin(-x) + 1) \cdot (\sin(x) - 16x + \cos(x)) dx$,
- (c) $\int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx$ mit partieller Integration,
- (d) $\int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x-1)(x+3)(x-4)} dx$ durch Partialbruchzerlegung,
- (e) $\int (2x+1) \arctan(x) dx$ durch Verwendung von partieller Integration und Substitutionsmethode.

Aufgabe 14.2 (7 Punkte)

Gegeben sei nachfolgende Skizze eines Auges, das vereinfachend durch zwei Parabeln begrenzt wird. Die Pupille ist durch einen Kreis gegeben. Berechnen Sie den Inhalt der blau gefärbten Fläche.



(Aufgaben 14.3 und 14.4 - siehe Seite 2)

Aufgabe 14.3 (6 Punkte)

Berechnen Sie die Koeffizienten a_k und b_k der Fourierreihe $p(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx))$ für die 2π -periodische Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{\pi}{2}x + \frac{1}{\pi} \quad \text{für } -\pi \leq x < \pi \quad \text{und} \quad f(x + 2n\pi) = f(x) \quad \text{für } n \in \mathbb{Z}$$

Aufgabe 14.4 (8 Punkte)

Untersuchen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale¹ existieren und bestimmen Sie deren Wert:

(a) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3}}$

(b) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x}} dx$

(c) $\int_2^{e+2} \frac{2}{x-2} dx$

¹**Definition:** Sei $f : (a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion, die über jedem Intervall $[a + \varepsilon, b]$ für $0 < \varepsilon < b - a$ integrierbar ist. Falls der Grenzwert $\lim_{\varepsilon \downarrow 0} \int_{a+\varepsilon}^b f(x) dx$ existiert, dann setzen wir $\int_a^b f(x) dx := \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \int_{a+\varepsilon}^b f(x) dx$. Das Integral $\int_a^b f(x) dx$ heißt uneigentliches Integral. Analog definiert man $\int_a^{\infty} f(x) dx := \lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx$ für $f : [a, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, falls f auf jedem der Intervalle $[a, b]$ für $b > a$ integrierbar ist und der genannte Grenzwert existiert.