

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2013/2014

Aufgaben für die Übungen vom 16. bis 18.10.2013

Aufgabe Ü2.1

Beweisen Sie folgende Behauptungen:

- (a) Zu je zwei reellen Zahlen x, y mit $x < y$ existiert eine rationale Zahl q mit $x < q < y$.
- (b) Zu je zwei reellen Zahlen x, y mit $x < y$ existiert eine irrationale Zahl p mit $x < p < y$.
- (c) Für jede reelle Zahl $q > 0$ gilt: $q + \frac{1}{q} \geq 2$. Das Gleichheitszeichen gilt genau dann, wenn $q = 1$ ist.

Aufgabe Ü2.2

Bestimmen Sie die Lösungsmenge L der folgenden Gleichungen und Ungleichungen. Untersuchen Sie außerdem die Lösungsmengen auf die Existenz von Infimum, Supremum, Minimum und Maximum, und geben Sie diese Werte im Fall ihrer Existenz an.

- (a) $4x + \frac{1}{2x} = 3$
- (b) $x^3 + 2x^2 = x + 2$
- (c) $|x + 3| = 14$
- (d) $-x^2 - 2x \leq -2x^2 + x + 10$
- (e) $-x^2 - 2x < -2x^2 + x + 10$
- (f) $\frac{x-3}{x+1} \geq \frac{x+2}{x-1}$
- (g) $1 - |x-2| \geq |x-1|$
- (h) $x^2 - 2x - 3 \leq -|x-1| - 4$
- (i) $\sqrt{x^2 - x - 12} < x$
- (j) $\sqrt{4x - x^2 - 4} > 3$

Aufgabe Ü2.3

- (a) Geben Sie eine explizite und eine rekursive Darstellung der Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}} = \{5, 9, 17, 33, 65, \dots\}$ an.
- (b) Untersuchen Sie die Monotonie der Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definiert durch $a_n := \frac{1}{n \cdot 5^{2n-1}}$. Geben Sie Infimum und Supremum der Menge $A := \{a_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ an.
- (c) Untersuchen Sie die rekursiv definierte Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ mit $a_0 := 1$ und $a_{n+1} := \frac{a_n}{a_n + 2}$ für $n \in \mathbb{N}_0$ auf Monotonie und Beschränktheit.