

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2013/2014

Aufgaben für die Übungen vom 28.10 bis 01.11.2013

Hinweis: Wegen des Feiertages am Donnerstag, den 31. Oktober 2013 finden natürlich für die Gruppen 2 und 3 an diesem Tag keine Übungen statt. Als Ersatztermin wird für die betreffenden Studentinnen/Studenten eine Zusatzübung am Montag, den 28. Oktober 2013 von 7:30 Uhr bis 9:00 Uhr im Seminarraum 1 angeboten.

Aufgabe Ü4.1

Zeigen Sie, dass die rekursiv definierte Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{2 + a_n}{1 + a_n}, \quad n \in \mathbb{N}$$

eine Cauchy-Folge ist, und berechnen Sie Ihren Grenzwert.

Aufgabe Ü4.2

Untersuchen Sie die Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit den angegebenen Gliedern auf Konvergenz bzw. Divergenz und bestimmen Sie im Fall der Konvergenz den Grenzwert bzw. im Fall der Divergenz ggf. die Häufungspunkte:

(a) $a_n := \frac{3n^2 + n - 1}{4n^2 + 8n + 2}$

(b) $a_n := \frac{10n^7 - 1 + n^5}{8n^2 + 1 - 11n^6}$

(c) $a_n := \sqrt{n + 3\sqrt{n}} - \sqrt{n - 6\sqrt{n}}$

(d) $a_n := \frac{(2n+1)^2}{n-1} - 4n + 4$

(e) $a_n := \left(3n^2 + 5n + 1\right)^{\frac{1}{2}} - n$

(f) $a_n := \frac{(-1)^{n+1}8n^4 + 3}{5 - 3n^2 + 5n^4} + (-1)^n \cdot \frac{3n^2 + (-1)^n}{8n^2 - 9n + 1}$

(g) $a_n := \left(5n - 25 \left\lfloor \frac{n}{5} \right\rfloor\right) \cdot \frac{3n^7 - 1}{(-1)^n - 8n^7}$

Aufgabe Ü4.3

Zeigen Sie die Konvergenz der Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $a_n := \frac{108n + 108}{111n^2 + 222n + 245}$ auf verschiedenen Wegen:

(a) durch direkte Rechnung,

(b) mit Hilfe der „Sandwichregel“ und

(c) mit Hilfe der $\varepsilon - n_0$ -Definition der Konvergenz einer reellen Zahlenfolge.

(Hinweis: Alle „Rechenwege“ müssen begründet werden!)