Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus - Senftenberg

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2013/2014

Aufgaben für die Übungen vom 27. bis 29.11.2013

Aufgabe Ü8.1

Entscheiden Sie, welche der in den Abbildungen 1 bis 4 (siehe Seite 2) dargestellten Funktionen stetig bzw. unstetig sind. Begründen Sie Ihre Entscheidungen anschaulich!

Aufgabe Ü8.2

Beweisen Sie folgende Behauptungen mit dem $\varepsilon - \delta$-Kriterium der Stetigkeit:

(a) $f(x) = \frac{1}{4}x^2$ ist stetig in $x_0 = 0$.

(b) $f(x) = \frac{1}{4}x^2$ ist stetig in $x_0 = 1$.

(c) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2x + 4$ ist stetig in $x_0 = 1$

(d) $f(x) = 2 + \sqrt{x}$ ist stetig in $x_0 = 2$

(e) $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ ist stetig in $x_0 = 0$

(f) $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ mit $f(x) := \begin{cases} \frac{1}{x} & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}$ ist nicht stetig in $x_0 = 0$

Aufgabe Ü8.3

Untersuchen Sie, ob die folgenden Funktionsgrenzwerte $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ existieren, und interpretieren Sie die Ergebnisse hinsichtlich der Stetigkeit der Funktionen im Punkt x_0:

(a) $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}, \quad x_0 = 1$

(b) $f(x) = 5^{\frac{1}{x}}, \quad x_0 = 0$

Aufgabe Ü8.4

Kann die Konstante $c \in \mathbb{R}$ so gewählt werden, dass die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

(a) $f(x) = \begin{cases} cx - 3 & , \quad x \leq 2 \\ 3x^2 - c & , \quad x > 2 \end{cases}$ (b) $f(x) = \begin{cases} 4x + 7 & , \quad x < 2 \\ 2x^2 + 7 & , \quad x > 2 \\ c & , \quad x = 2 \end{cases}$

auf ganz $\mathbb{R}$ stetig ist?

Aufgabe Ü8.5

Kann die Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ in $x_0 = 1$ stetig ergänzt werden?

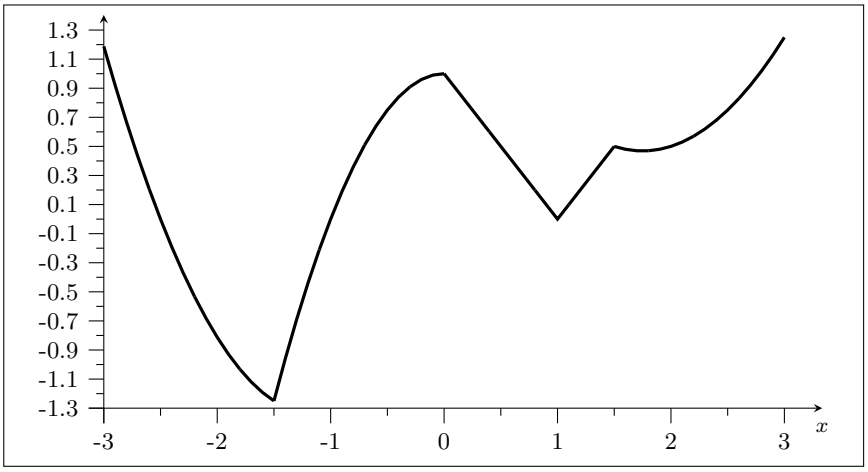

Abb. 1 $f : [-3, 3] \to \mathbb{R}$

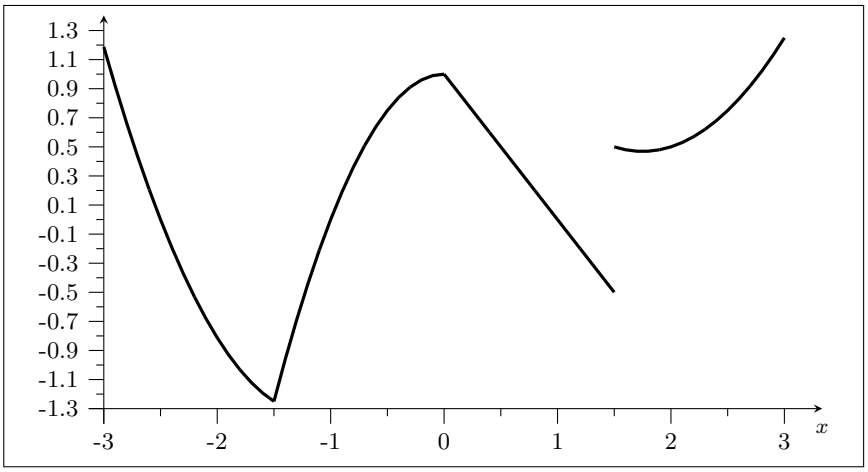

Abb. 2 $g : [-3, 3] \to \mathbb{R}$

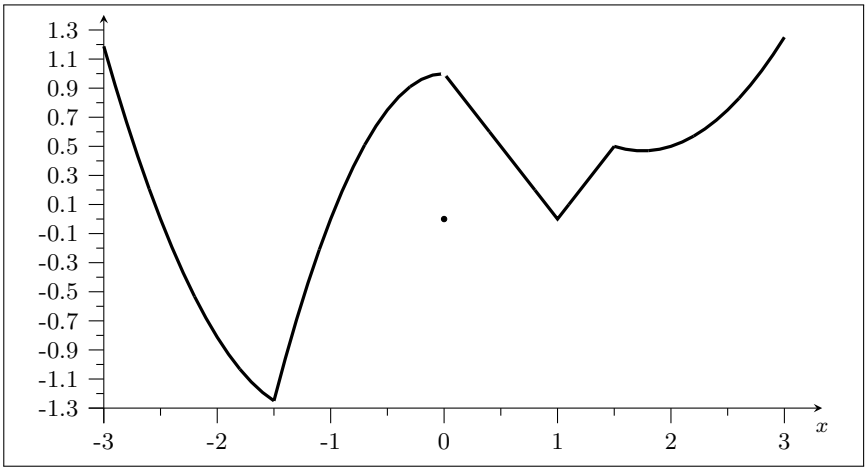

Abb. 3 $h : [-3, 3] \to \mathbb{R}$ mit $h(0) := 0$

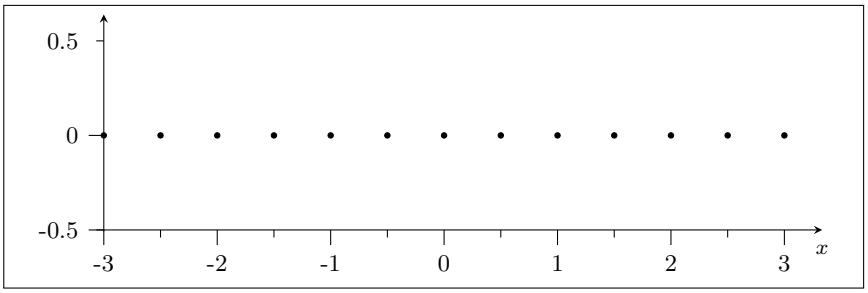

Abb. 4 $z : \left\{-3, -\frac{5}{2}, -2, -\frac{3}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3\right\} \to \mathbb{R}$