Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus - Senftenberg

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2013/2014

Aufgaben für die Übungen vom 11. bis 13.12.2013

Aufgabe Ü10.1

Weisen Sie mit Hilfe des Differentialquotienten nach, dass die folgenden Behauptungen richtig sind:

(a) $f'(x_0) = 4x_0 + 3$ ist die Ableitung von $f(x) := 2x^2 + 3x - 9$ für alle $x_0 \in \mathbb{R}$

(b) $f'(x) = -\sin(x)$ ist die Ableitung von $f(x) := \cos(x)$

(Hinweis zu (b): Beweisen Sie durch Verwendung des Additionstheorems $\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$ *für alle* $x, y \in \mathbb{R}$ *zuerst, dass* $\sin(x)\sin(y) = \frac{1}{2}\big[\cos(x-y) - \cos(x+y)\big]$ *für alle* $x, y \in \mathbb{R}$ *gilt.)*

Aufgabe Ü10.2

Gegeben seien die folgenden Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktionen f für alle $x \in \mathbb{R}$, in denen f differenzierbar ist.

(a) $f(x) = 3x^2 + \sin(x)$

(b) $f(x) = 3x^2 \cdot \sin(x)$

(c) $f(x) = \sin\left(3x^2\right) + 5$

(d) $f(x) = \cos^2\left(3x^2\right)$

(e) $f(x) = \dfrac{3x^2}{\sin(x) + 2}$

(f) $f(x) = \ln\left(\exp(x^2) \cdot \frac{x^2+1}{x^4+1} \cdot 5^x\right)$

(g) $f(x) = \left|\frac{1}{2}x - 2\right|$

(h) $f(x) := \begin{cases} 1 & \text{für } x \le 0 \\ x & \text{für } x > 0 \end{cases}$

(i) $f(x) := \begin{cases} e^{x-1} & \text{für } x < 1 \\ 2\sqrt{x} - 1 & \text{für } 1 \le x \le 4 \\ \frac{16}{x} & \text{für } x > 4 \end{cases}$

(j) $f(x) = \big|\sin(2x)\big|$

(k) $f(x) := \begin{cases} 5x \cdot \cos\left(\frac{2}{x}\right) & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}$

(*Hinweis zu (j): Untersuchen Sie insbesondere auch die Differenzierbarkeit in den Nullstellen von f!; Hinweis/ Zusatz zu (k): Untersuchen Sie zuerst / zusätzlich, ob f für alle* $x \in \mathbb{R}$ *stetig ist.*)