

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2013/2014

Aufgaben für die Übungen vom 08. bis 10.01.2014

Aufgabe Ü12.1

Ein vereinfachtes Modell eines Sportplatzes besteht von oben betrachtet aus einem Rechteck, an das sich links- und rechts ein Halbkreis anschließt (siehe Skizze). Ein neu anzulegender Sportplatz soll einen Umfang von 500 Metern haben. Wie müssen die Länge des Rechtecks und der Radius der Halbkreise gewählt werden, damit der rechteckige Teil des Platzes unter anderem als Fußballfeld mit maximalem Flächeninhalt genutzt werden kann?



Abb. 1: Vereinfachtes Modell eines Sportplatzes.

Aufgabe Ü12.2

- (a) Berechnen Sie das Taylorpolynom 3. Grades der Funktion $f(x) = \sin^2(x)$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Weisen Sie außerdem nach, dass für das Restglied $R(x)$ die Abschätzung $|R(x)| \leq \frac{1}{48}$ für alle $x \in [0, \frac{1}{2}]$ gilt.
- (b) Berechnen Sie das Taylorpolynom 2. Grades zu $f(x) = \frac{x}{1+x}$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 2$ und schätzen Sie das Restglied für $x \in [1, 3]$ ab.

Aufgabe Ü12.3

Entwickeln Sie die folgenden Funktionen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ um den angegebenen Entwicklungspunkt x_0 in eine Taylorreihe. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Taylorreihe von f ?

- (a) $f(x) = \ln(1+x)$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$
- (b) $f(x) = \ln(1+x)$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 1$
- (c) $f(x) = \frac{1}{1-x}$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = \frac{1}{2}$

(Hinweis/Zusatz: Stellen Sie zunächst eine Vermutung für die n -te Ableitung ($n \in \mathbb{N}$) von f auf und beweisen Sie diese mit vollständiger Induktion!)