

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2013/2014

Aufgaben für die Übungen vom 15. bis 17.01.2014

Aufgabe Ü13.1

Zu einer beschränkten Funktion $f : [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$, $a > 0$ seien $U(f)$ und $V(f)$ wie folgt definiert:

$$U(f) := \{g \mid g \text{ einfache Treppenfunktion zu einer äquidistanten Zerlegung } \Delta \text{ von } [0, a] \\ \text{mit } g(x) \leq f(x) \forall x \in [0, a]\}$$

$$V(f) := \{g \mid g \text{ einfache Treppenfunktion zu einer äquidistanten Zerlegung } \Delta \text{ von } [0, a] \\ \text{mit } g(x) \geq f(x) \forall x \in [0, a]\}$$

Außerdem seien $u_f := \sup \{ \int_0^a g(x) dx \mid g \in U(f) \}$ und $v_f := \inf \{ \int_0^a g(x) dx \mid g \in V(f) \}$ definiert.

- Bestimmen Sie u_f und v_f zu $f(x) = \frac{1}{3}x$ für $x \in [0, a]$.
- Ist $f(x) = \frac{1}{3}x$ integrierbar? Falls ja, dann begründen Sie dies unter Rückgriff auf die Definition von Ober- und Unterintegral und berechnen Sie $\int_0^a \frac{1}{3}x dx$.

Aufgabe Ü13.2

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten bzw. bestimmten Integrale:

$$(a) \int \left[\frac{2}{5}x\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{7}{x} - 3x^2 + \pi x - e \right] dx, x > 0$$

$$(b) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(\pi - x) dx$$

$$(c) \int 3^x - \frac{1}{2^x} dx$$

$$(d) \int x \cdot e^{-x} dx$$

$$(e) \int_0^1 x^2 \cdot e^{-x} dx$$

$$(f) \int \sin^2(x) dx$$

$$(g) \int_1^{\frac{5}{4}} \sqrt{-4x+5} dx$$

$$(h) \int_e^{e^2} \frac{\ln(x)+1}{x} dx$$

$$(i) \int \frac{-\frac{1}{2} - 2x + 2\sin(2x) - 3\cos(3x)}{\exp(\cos(2x) + \sin(3x) + x^2 + \frac{1}{2}x)} dx$$

$$(j) \int \frac{dx}{\cos^2(x)}$$

$$(k) \int \frac{x+1}{x^2-3x+2} dx$$