

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2013/2014

Aufgaben für die Übungen vom 29. bis 31.01.2014

Aufgabe Ü15.1

Lösen Sie die folgenden Anfangswertaufgaben:

- (a) $y' = xy$ mit $y(\sqrt{2}) = e$
- (b) $y' = -\frac{y}{x}$, $y(2) = 1$
- (c) $y' = -\frac{1}{2x}y$, $y(4) = a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- (d) $y(1+x^2)y' = (1+y^2)x$, $y > 0$, $y(1) = 3$
- (e) $y' = -\frac{y^2}{x}$, $y(2) = \frac{1}{\ln(2)}$
- (f) $(1+x^3)y' - x^2y = 0$, $y(1) = 2$
- (g) $y' + \sqrt{2y} \arctan(x) = 0$, $y \geq 0$, $y(0) = 8$
- (h) $y' = 1 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2$, $y(1) = 0$
- (i) $x^3y' + \sqrt{y} = xy' + (2x^3 - 4)x\sqrt{y}$, $y > 0$, $y\left(-\frac{3}{2}\right) = 1$
- (j) $y' = 2y + x$, $y(0) = 1$

Aufgabe Ü15.2 (Das Ebbinghaussche Modell des Vergessens¹)

Ein Student hat sich einen gewissen Wissensstoff eingeprägt (etwa für eine Prüfung). Mit der Zeit wird er einiges davon vergessen. Es sei $p(t)$ der Prozentsatz des Stoffes, den er in $t \geq 0$ Zeiteinheiten nach dessen voller Meisterung noch im Gedächtnis hat; es ist also $p(0) = 100$. Optimistischerweise wird man annehmen dürfen, dass er einen gewissen Prozentsatz b mit $0 < b < 100$ des Stoffes nie vergißt. Ferner wird man den Ansatz wagen, dass zur Zeit t die Vergessensrate $p'(t)$ proportional zu dem Prozentsatz des noch zu vergessenden Stoffes, also zu $p(t) - b$, ist.

- (a) Formulieren Sie das zugehörige Anfangswertproblem und lösen Sie es. Welche Bedeutung hat $p'(t)$?
- (b) Neben $p(0) = 100$ sei außerdem der Anfangswert $p(4) = 50$ und die Vergessensrate $b = 10$ bekannt. Bestimmen Sie die Zeit, zu der 80 Prozent des gelernten Stoffes vergessen wurde.

¹benannt nach dem Psychologen Hermann Ebbinghaus (1850 - 1909)