Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus - Senftenberg

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2014/2015

Geben Sie Ihren Namen, Matr.-Nr., Übungsgruppe auf Ihrer Lösung an und heften Sie alle Blätter zusammen!

Übungsblatt 1 - Abgabe bis Dienstag, 14.10.2014, 11:30 Uhr im Postfach 32 im HG

Aufgabe H1.1 (9 Punkte)

Weisen Sie nach, dass die folgenden Gleichungen für alle $n \in \mathbb{N}$ gültig sind:

(a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

(b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\sum_{k=1}^{n} k\right)^2$

(c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{2n+1} (-1)^{k+1}k^2 = (n+1)(2n+1)$

Aufgabe H1.2 (8 Punkte)

Sind die folgenden beiden Abbildungen injektiv, surjektiv bzw. bijektiv? Begründen Sie Ihre Antworten.

(a) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}_0$ mit $f(n) := n^2 - 5n + 6$,

(b) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}_0$ mit $f(z) := \big|z\big| + 3$

(c) $f : \{1, 2, 3, \ldots, 20\} \to \{1, 2, 3, \ldots, 20\}$ definiert durch folgende Wertetabelle:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$f(x)$	12	15	17	6	20	13	8	9	4	7	2	1	10	3	14	11	5	16	18	19

(d) $f : \big(\mathbb{Z} \setminus \{0\}\big) \times \big(\mathbb{Z} \setminus \{0\}\big) \to \mathbb{Q}$ mit $f(z_1, z_2) := \dfrac{z_1}{z_2}$

Aufgabe H1.3 (8 Punkte)

Geben Sie die Negation der folgenden Aussagen an:

(a) $x \leq 3$

(b) $x \leq 2 \ \vee \ x > 3$

(c) $f \in \{\text{sonnig,warm}\} \ \vee \ f \notin \{\text{nass,kalt}\}$

(d) $\exists z \in \mathbb{Z} \ \forall n \in \mathbb{N} \ : \ \left|\dfrac{z}{n}\right| \notin \mathbb{N}_0$

(e) $\forall z \in \mathbb{Z} \ \forall x \in \mathbb{R} \ : \ x^2 + z = 0 \ \Rightarrow \ x^2 \in \mathbb{N}$

(f) In allen schriftlichen Matheprüfungen an der BTU gab es mindestens einen Studenten, der die Prüfung mit der Note 5.0 nicht bestanden hat.

(g) Es gibt einen Studenten, der alle Vorlesungen besucht, sich aktiv an den Übungen beteiligt, alle Hausaufgaben bearbeitet und sich auch sonst regelmäßig mit den Inhalten der Vorlesung auseinandersetzt. Dieser Student wird die Prüfung höchstwahrscheinlich nicht bestehen.

(h) Max behauptet: „Inge hat in der Prüfung geschummelt.“.

Aufgabe H1.4 (6 Punkte)

Gegeben seien die beiden Mengen $A = \{(a,b) \in \mathbb{R}^2 \mid a \neq 0\}$ und $B = \{(a,b) \in \mathbb{R}^2 \mid b \neq 0\}$. Untersuchen Sie, ob diese Mengen jeweils zusammen mit der Verknüpfung

$$(a,b) \circ (c,d) := (ad + bc\ ,\ bd)$$

eine Gruppe bilden, und ob diese ggf. kommutativ ist.

Aufgabe H1.5 (5 Punkte)

Auf $\mathbb{Z}^2 := \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} := \{(a,b) \mid a,b \in \mathbb{Z}\}$ seien zwei Verknüpfungen $\oplus$ und $\circ$ definiert durch

$$(a_1,a_2) \oplus (b_1,b_2) := (a_1 + b_1, a_2 + b_2) \qquad \text{bzw.} \qquad (a_1,a_2) \circ (b_1,b_2) := (a_1 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2)$$

Zeigen Sie, dass $(\mathbb{Z}^2, \oplus, \circ)$ ein kommutativer Ring mit Eins ist. Ist diese Struktur auch ein Körper?