Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus - Senftenberg

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2014/2015

Aufgaben für die Übungen vom 19. bis 21. November 2014

Aufgabe Ü7.1

Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegungen der folgenden Ausdrücke:

(a) $\dfrac{2}{x^2+x-6}$

(b) $\dfrac{2-5x}{x^2+x-6}$

(c) $\dfrac{x^2-4x-4}{x^2+x-6}$

(d) $\dfrac{x^3+2x^2-5x-4}{x^2+x-6}$

(e) $\dfrac{2}{\big(x^2+x-6\big)\big(x-2\big)}$

(f) $\dfrac{2}{\big(x^2+x-6\big)\big(x^2+1\big)}$

(g) $\dfrac{2}{x\big(x^2+1\big)^2}$

(h) $\dfrac{2}{(3x-6)(7x+21)}$

(i) $\dfrac{3x+2}{(x-1)(2x+1)}$

Aufgabe Ü7.2

(a) Gegeben sei die komplexe Zahl

$$z \;=\; \frac{1+i}{1+2i} - \frac{4-2i}{2+i}\,.$$

Bestimmen Sie $\mathrm{re}(z)$, $\mathrm{im}(z)$, $\overline{z}$ und $\big|z\big|$.

(b) Bestimmen Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ der Gleichung $\quad (2-3i)z + (2+3i)\overline{z} - 12 = 0, \quad$ und skizzieren Sie die Lösungsmenge in der Gaußschen Zahlenebene.

(c) Skizzieren Sie die Menge $\quad M = \big\{z \in \mathbb{C} \;\big|\; 2\mathrm{re}(z) + 3\mathrm{im}(z) \le 6\big\} \quad$ in der Gaußschen Zahlenebene.

(d) Skizzieren Sie die Menge $\quad K = \big\{z \in \mathbb{C} \;\big|\; \big(\mathrm{re}(z)-2\big)^2 + \mathrm{im}(z)^2 \le 4\big\} \quad$ in der Gaußschen Zahlenebene.

(e) Bestimmen Sie die Exponentialform der komplexen Zahlen $z_1 = (-1-i)^3$ und $z_2 = 1-i$. Berechnen Sie damit $\quad \dfrac{z_1}{z_2} \quad$ und $\quad z_1 \cdot z_2$.

(f) Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichungen $\quad z^2 = -9 \quad$ und $\quad z^3 = 1$.

(g) Lösen Sie die Gleichungen $\quad (2+i)z - 5 - 2i = 8 - 3i \quad$ und $\quad z^2 + 4z = -5$.

(h) Beweisen oder widerlegen Sie folgende Behauptung: Seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n \in \mathbb{C}$ und $b_n \in \mathbb{C}$ zwei Folgen mit $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} b_n = c \in \mathbb{C}$. Weiter sei $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $c_n \in \mathbb{C}$ eine Folge, für die ein $n_0 \in \mathbb{N}$ existiert, so dass $\big|a_n\big| \le \big|c_n\big| \le \big|b_n\big|$ für alle $n \ge n_0$ gilt. Dann folgt $\lim\limits_{n\to\infty} c_n = c$. (Prüfung IT-3, WS 2012/13.)