

# Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2014/2015

## Aufgaben für die Übungen vom 26. bis 28. November 2014

### Aufgabe Ü8.1

Beweisen Sie mit Hilfe der Definition des Funktionsgrenzwertes die folgenden Behauptungen:

(a)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = \begin{cases} 1 & , \quad x \in [1, 2] \\ 0 & , \quad \text{sonst} \end{cases}$  ist unstetig in  $x = 1$  und  $x = 2$ .

(b)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = \frac{\exp(x)}{1-x^2}$  ist stetig in  $x_0 = 0$  und unstetig in  $x_0 = 1$ .

### Aufgabe Ü8.2

Weisen Sie mit Hilfe des  $\varepsilon - \delta$ -Kriteriums der Stetigkeit die folgenden Aussagen nach:

(a)  $f(x) = \frac{1}{4}x^2$  ist stetig in  $x_0 = 0$ .

(b)  $f(x) = \frac{1}{4}x^2$  ist stetig in  $x_0 = 1$ .

(c) Die Funktion  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-8}{x-2} & \text{für } x \neq 2 \\ 8 & \text{für } x = 2 \end{cases}$  ist stetig in  $x_0 = 2$ .

(d) Die Funktion  $f(x) = (x+1) \cdot \cos\left(\frac{3-x}{x+1}\right)$  ist in  $x_0 = -1$  stetig ergänzbar.

(e) Die Funktion  $f(x) = \frac{1}{x}$  ist stetig in  $x_0 = -2$ .

(f)  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) := \begin{cases} \frac{1}{x} & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}$  ist nicht stetig in  $x_0 = 0$

(g) Die Funktion  $f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x \in \mathbb{Z} \\ 1 & , \quad x \in (-\infty, 0) \setminus \mathbb{Z} \\ -1 & , \quad x \in (0, \infty) \setminus \mathbb{Z} \end{cases}$  ist stetig für alle  $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$  und unstetig für alle  $x \in \mathbb{Z}$ .

(Hinweis zu (g): Fallunterscheidung  $x_0 \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$  und  $x_0 \in \mathbb{Z}$ )

### Aufgabe Ü8.3

Untersuchen Sie, ob die folgenden Funktionsgrenzwerte existieren, und geben Sie diese ggf. an:

(a)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^4 - x^3 - 5x^2 - x - 6}{x^2 - x - 6}$  für  $x_0 = -2, 0, 3$

(b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^4 + 1}}{\sqrt[3]{x^6 + 1}}$