

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2014/2015

Aufgaben für die Übungen vom 07. bis 09. Januar 2015

Aufgabe Ü12.1

Bestimmen Sie die Entwicklungsstelle x_0 (d.h. den Mittelpunkt des Konvergenzintervalls) und den Konvergenzradius R der folgenden Potenzreihen $\sum a_n(x - x_0)^n$. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergieren die Reihen?

(a) $\sum_{n=1000}^{\infty} n(3x)^n$

(b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{3^n n} (2x - 1)^{n-2}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3!} n^n \left(\frac{x}{2} - 1\right)^n$

Aufgabe Ü12.2

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := \frac{1}{2^x}$.

- (a) Entwickeln Sie f um den Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ in eine Taylorreihe $T(x)$. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert $T(x)$?
- (b) Stellen Sie das Taylorpolynom 3. Grades $T_3(x)$ von $f(x)$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ auf und geben Sie das zugehörige Restglied $R_3(x)$ an. Weisen Sie nach, dass für das Restglied die Abschätzung $|R_3(x)| \leq \frac{1}{400}$ für alle $x \in [\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ gilt. (*Hinweise: Es gilt $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$ für alle $a, b > 0$ und $e \approx 2.718281828$.)*)

Aufgabe Ü12.3

- (a) Entwickeln Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := e^{-2x} + 2x^2$ um den Entwicklungspunkt $x_0 := 1$ in eine Taylorreihe. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Taylorreihe von f ?

(Prüfungsaufgabe Mathematik IT-3, BTU Cottbus, Wintersemester 2012/2013)

- (b) Entwickeln Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := \sin(3x)$ um den Entwicklungspunkt $x_0 := -\frac{\pi}{3}$ in eine Taylorreihe. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Taylorreihe von f ?