Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus - Senftenberg

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2014/2015

Aufgaben für die Übungen vom 14. bis 16. Januar 2015

Aufgabe Ü13.1

Zu einer beschränkten Funktion $f : [0, a] \to \mathbb{R}$, $a > 0$ seien $U(f)$ und $V(f)$ wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} U(f) &:= \{g \mid g \text{ einfache Treppenfunktion zu einer äquidistanten Zerlegung } \Delta \text{ von } [0,a] \\ &\quad \text{mit } g(x) \le f(x)\ \forall\, x \in [0,a]\} \\ V(f) &:= \{g \mid g \text{ einfache Treppenfunktion zu einer äquidistanten Zerlegung } \Delta \text{ von } [0,a] \\ &\quad \text{mit } g(x) \ge f(x)\ \forall\, x \in [0,a]\} \end{aligned}$$

Außerdem seien $u_f := \sup\left\{ \int_0^a g(x)\,dx \;\middle|\; g \in U(f)\right\}$ und $v_f := \inf\left\{ \int_0^a g(x)\,dx \;\middle|\; g \in V(f)\right\}$ definiert.

(a) Bestimmen Sie u_f und v_f zu $f(x) = \frac{1}{3}x$ für $x \in [0, a]$.

(b) Ist $f(x) = \frac{1}{3}x$ integrierbar? Falls ja, dann begründen Sie dies unter Rückgriff auf die Definition von Ober- und Unterintegral und berechnen Sie $\displaystyle\int_0^a \frac{1}{3}x\,dx$.

Aufgabe Ü13.2

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten und bestimmten Integrale:

(a) $\displaystyle\int x + 3x^3 + \exp(2x+1) + 2^{-x} - \pi\; dx$

(b) $\displaystyle\int x\sin(x)\; dx$

(c) $\displaystyle\int_{-1}^{0} \frac{18x^2}{e^{2x^3+2}}\, dx$

(d) $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}\, dx$

(e) $\displaystyle\int \frac{x+1}{x^2-3x+2}\, dx$ (*Hinweis: Partialbruchzerlegung.*)

(f) $\displaystyle\int \frac{7}{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{7}{2}x^2\sqrt[3]{x}\; dx$

(g) $\displaystyle\int -8x^2\cos(x)\; dx$

(h) $\displaystyle\int \frac{5x}{\sqrt{3x^2+2}}\, dx$

(i) $\displaystyle\int_1^2 \frac{3x^3 - x + 2}{x}\, dx$

(j) $\displaystyle\int \frac{e^{3x}}{e^{2x}+1}\, dx$

(k) $\displaystyle\int_0^{\pi} \big(\cos(x) + 8x^2 + \sin(-x) + 1\big) \cdot \big(\sin(x) - 16x + \cos(x)\big)\, dx$