

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2014/2015

Aufgaben für die Übungen vom 21. bis 23. Januar 2015

Aufgabe Ü14.1

Berechnen Sie:

(a) $\int_1^e \ln(x) \cdot (x^2 + 1) dx$

(b) $\int_{-1}^1 f(x) dx$ für $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1 & , \quad x < 0 \\ 9e^{3x} - 10 & , \quad x \geq 0 \end{cases}$

(c) $\int_0^\infty \frac{x^2 + 1}{e^x} dx$

(d) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x}} dx$

(e) $\int_2^{e+2} \frac{2}{x-2} dx$

Aufgabe Ü14.2

(Prüfungsaufgabe Mathematik IT-3, BTU Cottbus, Wintersemester 2013/14)

Sei $x_0 \in \mathbb{R}$ beliebig. Gegeben seien stetige und integrierbare Funktionen $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ und $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, so dass die stückweise definierte Funktion

$$f(x) := \begin{cases} g(x) & , \quad x \in (-\infty, x_0) \\ h(x) & , \quad x \in [x_0, \infty) \end{cases}$$

in x_0 unstetig ist. Außerdem sei $G(x)$ bzw. $H(x)$ diejenige Stammfunktion von g bzw. h , die keine konstanten Summanden $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ enthält. Was kann man über die Stetigkeit der stückweise definierten Funktion

$$F(x) := \begin{cases} G(x) & , \quad x \in (-\infty, x_0) \\ H(x) & , \quad x \in [x_0, \infty) \end{cases}$$

aussagen?

- ☐ (a) F ist in x_0 unstetig.
- ☐ (b) F ist in x_0 stetig.
- ☐ (c) Es ist keine Aussage zur Stetigkeit von F in x_0 möglich.

(Aufgabe Ü14.3 - siehe Seite 2)

Aufgabe Ü14.3

Um die allgemein zu schlechten Ergebnissen führenden negativen Begleiterscheinungen von Prüfungsangst (wie z.B. Nervosität, Stress, Magenkrämpfe, hektisches Wühlen in Vorlesungsmitschriften) zu reduzieren, möchten einige Studenten in diesem Semester versuchen, die Angst vor der Matheprüfung durch Einnahme mehr oder weniger starker Beruhigungsmittel einzudämmen. Am effektivsten erscheint ihnen dabei die intravenöse Einnahme entsprechender Mittel, was den Vorteil hat, dass die Wirkung sofort einsetzt. Allerdings beginnt auch sofort ein Abbau des Medikaments, wobei die Konzentrationsänderung in einem kleinen Zeitschritt Δt direkt proportional zur vorhandenen Konzentration ist. Der Nachteil dieser Mittel besteht darin, dass einerseits bei zu hoher Anfangsdosierung (über 100 mg) die Hirnleistung stark eingeschränkt wird (was das für das Prüfungsergebnis zur Folge hat, kann man sich leicht überlegen). Andererseits erfolgt der Abbau sehr schnell, so dass bei einer zu kleinen Dosis die Wirkung bereits weit vor dem Ende der Prüfung wieder nachgelassen hat. Dabei wirken die Mittel nur, wenn mindestens 5 mg im Blutkreislauf sind.

- (a) Mit $m(t)$ sei die zum Zeitpunkt $t \geq 0$ vorhandene Wirkstoffmenge im Blut bezeichnet. Stellen Sie eine Formel für die Änderung Δm der Wirkstoffmenge in einer kleinen Zeitspanne Δt auf. Leiten Sie dann aus dieser Formel eine Differentialgleichung $m' = f(m, t)$ her, die den Wirkstoffabbau im Blut beschreibt. Lösen Sie die Differentialgleichung, wobei angenommen werden darf, dass unmittelbar nach der Einnahme die gesamte Dosis bereits im Blutkreislauf verfügbar ist.
- (b) Ein Prüfungskandidat wollte ganz sicher gehen und hat einige Wochen vor dem Prüfungstermin ein Mittel ausprobiert. Nach aufwändigen Laborversuchen konnte die für diesen Studenten gültige Abbaurate $\lambda = \frac{1}{27}$ bestimmt werden. Kann der Student eine Dosis m_0 so wählen, dass einerseits die zulässige Höchstdosis nicht überschritten wird und andererseits eine Wirkung bis zum Ende der 90 Minuten dauernden Prüfung erwartet werden kann, wobei das Medikament zu Beginn der Prüfung eingenommen werden soll? Was schließen Sie für sich persönlich daraus, falls Sie einmal unter Prüfungsangst leiden sollten?