

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2014/2015

Aufgaben für die Übungen vom 28. bis 30. Januar 2015

Aufgabe Ü15.1

Viele Regionen der Erde bieten wegen extremer Klimabedingungen nur einer beschränkten Zahl von Menschen Existenzplätze. Die Individuen konkurrieren um diese Existenzplätze. Nach Beginn der Besiedlung einer solchen Region wächst die Anzahl der Individuen mit der Zeit recht stark. Der Zuwachs erreicht jedoch bald einen Höhepunkt, von dem ab sich das Wachstum immer mehr verringert. Beschreiben Sie die Geschwindigkeit des Zuwachses durch eine Differentialgleichung und lösen Sie diese.

Aufgabe Ü15.2

Lösen Sie die folgenden Anfangswertaufgaben:

- (a) $y' = xy$ mit $y(\sqrt{2}) = e$
- (b) $3y' = -2x^2y' - 4xy$ mit $y > 0$, $y(1) = 2$
- (c) $2y' + 3xy' = \frac{(2+3x)^5}{y}$ mit $y > 0$, $y(0) = 1$
- (d) $3y' = -2x^2y - 4xy$ mit $y > 0$, $y(1) = 2$
- (e) $\frac{y'}{x+2} = \frac{\sqrt{x^2+4x+1}}{2\sqrt{y}}$ mit $y > 0$, $y(\sqrt{3}-2) = 1$
- (f) $y' = \frac{1}{y} - e^x y'$ mit $y > 0$, $y(0) = 2$

Aufgabe Ü15.3

Gegeben sei die inhomogene Differentialgleichung $y' = 2y + x$ mit dem Anfangswert $y(0) = 1$.

- (a) Lösen Sie das Anfangswertproblem, und berechnen Sie $y(1)$.
- (b) Berechnen Sie $y(1)$ näherungsweise mit dem Euler-Verfahren für die Schrittweiten $h = \frac{1}{4}$ und $h = \frac{1}{8}$.
Vergleichen und diskutieren Sie die Ergebnisse mit dem exakten Wert aus (a).

Aufgabe Ü15.4

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung $y' - 2xy + e^{x^2}$. Geben Sie eine spezielle Lösung an, die dem Anfangswert $y(0) = 5$ genügt.