

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2015/2016

Geben Sie Ihren Namen, Matr.-Nr., Übungsgruppe auf Ihrer Lösung an und heften Sie alle Blätter zusammen!

Übungsblatt 2 - Abgabe bis Dienstag, 27.10.2015, 13:45 Uhr im Postfach 32 im HG

Aufgabe H2.1 (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass für positive reelle Zahlen a, b die Ungleichung $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ gilt.

Aufgabe H2.2 (10 Punkte)

Eine von ihren ursprünglichen Verkehrsaufgaben entwidmete Eisenbahntrasse soll als Radweg nachgenutzt werden. Für den Umbau sind die Städte und Gemeinden selbst verantwortlich. Um die Kosten halbwegs gleich auf die Anliegerkommunen aufzuteilen, wird die Trasse in unterschiedlich lange Abschnitte unterteilt, wozu die Kilometrierung der ehemaligen Bahnstrecke genutzt wird. Für einen dieser Abschnitte sind die beschaulichen Dörfer Wolkenkuckucksheim (gelegen am Kilometer 34) und Kleinkleckersdorf (am Kilometer 48) gemeinsam verantwortlich, in deren Bauabschnitt ein Rastplatz angelegt werden soll. Aus Wolkenkuckucksheim soll dabei das Material zur Baustelle transportiert werden, wozu Transportkosten von 3 € pro Kilometer veranschlagt werden. Den eigentlichen Bau des Rastplatzes sollen Handwerker aus Kleinkleckersdorf übernehmen, für deren An- und Abreise 2 € pro Kilometer veranschlagt werden. Wegen des im betreffenden Abschnitt schwer zugänglichen Geländes, soll zum Transport von Menschen und Material das noch nicht zurückgebaute Gleis verwendet werden. Materialtransport und Bau des Rastplatzes sollen an einem einzigen Tag durchgeführt werden. Aus Kostengründen sollen für die Transporte nicht mehr als 100 € ausgegeben werden. Andererseits müssen zur Erfüllung der Voraussetzungen eines EU-Förderprogramms mindestens 50 € für die Transporte ausgegeben werden.

Bestimmen Sie den Abschnitt der Bahntrasse, in dem die Summe der Transportkosten für Baumaterial und Handwerker nicht größer als 100 € ist, aber mindestens 50 € beträgt.

Aufgabe H2.3 (26 Punkte)

Bestimmen Sie Infimum, Supremum, Minimum und Maximum der folgenden Mengen, falls diese existieren:

(a) $M_1 := \left\{ x \in \mathbb{R} \mid 5x^2 - 30 \leq -5x \right\}$

(b) $M_2 := \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x^3 - 4x^2 - 52x > 80 \right\}$

(c) $M_3 := \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{x^2 - 9}{x - 5} \geq 2 \right\}$

(d) $M_4 := \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{3x + 5}{2x + 1} \geq 2x \right\}$

(e) $M_5 := \left\{ x \in \mathbb{R} \mid |x - 1| + |x + 5| \leq 4 \right\}$

(f) $M_6 := \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \left| |x + 1| - |x + 3| \right| < 1 \right\}$

Beachten Sie bitte auch den Hinweis zur Aufgabe H2.3 auf Seite 2!

Hinweis zur Aufgabe H2.3 (und auch zu vielen folgenden Aufgaben):

In der Vergangenheit wurden bei ähnlichen Aufgaben von Studierenden einfach die Lösungsmengen von Ungleichungen angegeben oder sogar Infimum und Supremum ohne Angabe der Lösungsmenge hingeschrieben. Derartige „Lösungen“ wurden (und werden) konsequent mit Null Punkten bewertet. Aufgabenstellungen vom Typ „*Bestimmen Sie ...*“ sind in den Haus- und Übungsaufgaben zu Mathematikvorlesungen nicht mit „Lösung durch Hinsehen“, „Lösung durch Abschreiben“ oder ähnlichen zweifelhaften Methoden gleichzusetzen. „Bestimmen Sie ...“ bedeutet in diesem Fall (wie in Mathematikvorlesungen und den dazugehörigen Übungen allgemein üblich) vielmehr, dass auch begründet werden muss, wie und warum eine Lösung erhalten wird. Im Fall dieser Aufgabe heißt das konkret, dass die Lösungsmengen der Ungleichungen zu bestimmen sind bzw. allgemeiner die explizite Angabe der Mengen M_i . Ergebnisse sind durch einen zugehörigen Lösungsweg (sprich geeignete, durchgeführte Rechnungen, äquivalente Umformungen, Fallunterscheidungen usw.) zu begründen. Das muss allgemein auch nicht bis ins aller kleinste Detail ausarten, sollte aber zumindest gut nachvollziehbar sein.