

Aufgaben zum Tutorium am 04.01.2016

Teil I: Grundlagen

Aufgabe T10.1

Fassen Sie zu einem Logarithmus (ohne Vorfaktor) zusammen:

- (a) $4 \cdot \ln(x^5)$, $x > 0$
- (b) $\ln(5) + \ln(6) - \frac{1}{2} \cdot \ln(9)$
- (c) $\frac{1}{2} \cdot (\ln(243) - \ln(3))$
- (d) $\frac{\ln(7)}{\ln(4)} + \log_4(5)$
- (e) $3 \cdot \lg(5) - \lg(4) + 2 \cdot \lg\left(\frac{1}{5}\right)$

Teil II: Wiederholung und Vertiefung

Aufgabe T10.2

Sei $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine beschränkte Funktion.

- (a) Zeigen Sie, dass die durch $f(x) := x \cdot g(x)$ auf $\mathbb{R}$ definierte Funktion f in $x_0 = 0$ stetig ist.
- (b) Ist die durch $f(x) := x^2 \cdot g(x)$ auf $\mathbb{R}$ definierte Funktion f in $x_0 = 0$ differenzierbar?

Aufgabe T10.3

Bestimmen Sie die Konstanten $a, b, c \in \mathbb{R}$ so, dass

$$f(x) = \begin{cases} (a + b + c)e^{-2x} + bx + \sin(cx) - 21 & \text{für } x < 0 \\ 2ax^2 + b + 2c(x + 1) - 43 & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ 3(a + b)e^{(x-1)} + (b + c)x & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$$

für alle $x \in \mathbb{R}$ stetig und einmal stetig differenzierbar ist.

Aufgabe T10.4

Berechnen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen:

- (a) $f(x) = \ln\left(\frac{\exp(x)}{x^2 + 1}\right)$
- (b) $f(x) = \frac{x}{x+1} - \frac{1-x}{x^2-1}$
- (c) $f(x) = \sin^4\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$
- (d) $f(x) = \sqrt{x^2 + x \exp(\cos^2(x))}$
- (e) $f(x) = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$
- (f) $f(x) = x^{x \ln(x)}$

(Aufgabe T10.5 - siehe Seite 2)

Aufgabe T10.5

Gegeben sei die stetige Funktion $f : [-2, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) := \begin{cases} \frac{1}{8}(x+1)^3 x^2 & , \quad x \in [-2, 1] \\ \exp\left(-\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2}\right) & , \quad x \in [1, 5] \end{cases}.$$

Bestimmen Sie die Koordinaten aller lokalen Minima, lokalen Maxima und Sattelpunkte von f .