

# Aufgaben zum Tutorium am 18.01.2016

---

## Teil I: Grundlagen

### Aufgabe T12.1

Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichungen:

(a)  $\ln(x-1) + \ln(3) = \ln(x^2-1)$

(b)  $\ln(x) - \ln(4) = \ln(35) - \ln(x+4)$

(c)  $\ln(x-2) - \frac{1}{2} \cdot \ln(4) = \frac{1}{3} \cdot \ln(125) - \ln(x+1)$

(d)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{(2x-3)} = \left(\frac{4}{3}\right)^{(3x+5)}$

(e)  $5^{(x^2+x-2)(3-x)} = 1$

(f)  $5^{2x} - 3 \cdot 5^x + 2 = 0$  (Hinweis: Substitution und „p-q-Formel“)

(g)  $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$  Hinweis zu (g): erste Lösung erraten, dann Polynomdivision durchführen

(h)  $|2-3x| - |1-x| + |2x+2| = 3$  Hinweis zu (h): Fallunterscheidung!

## Teil II: Wiederholung und Vertiefung

### Aufgabe T12.2

(a) Berechnen Sie das Taylorpolynom 3. Grades der Funktion  $f(x) = \sin(x) \cos(x) + \cos(2x) + 1$  um den Entwicklungspunkt  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ . Weisen Sie außerdem nach, dass für das Restglied  $R(x)$  die Abschätzung  $|R(x)| < \frac{\pi^4}{20000}$  für alle  $x \in [\frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{3}]$  gilt.

(b) Entwickeln Sie die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) := e^{-2x} + 2x^2$  um den Entwicklungspunkt  $x_0 := 1$  in eine Taylorreihe. Für welche  $x \in \mathbb{R}$  konvergiert die Taylorreihe von  $f$ ?

### Aufgabe T12.3

Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei definiert durch  $f(x) := |x^2 - 1|$ .

(a) Zeigen Sie, dass  $f$  für alle  $x \in \mathbb{R}$  stetig ist.

(b) Untersuchen Sie, ob  $f$  für alle  $x \in \mathbb{R}$  stetig differenzierbar ist.

(c) Bestimmen Sie die Koordinaten der lokalen Extremstellen von  $f$ .

(Hinweis: Eine Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  heißt stetig differenzierbar, wenn sie differenzierbar ist und ihre Ableitung  $f'$  stetig ist für alle  $x \in \mathbb{R}$ .)

### Aufgabe T12.4

Bestimmen Sie Infimum, Supremum, Minimum und Maximum der folgenden Mengen, falls diese existieren:

(a)  $M_2 := \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{3x+2}{3-2x} \geq 2 \right\}$

(b)  $M_4 := \left\{ x \in \mathbb{R} \mid 2|x-7| \leq 7(x+2) + |5x+2| \right\}$