

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2015/2016

Aufgaben für die Übungen vom 04. bis 06. November 2015

Aufgabe Ü4.1

Untersuchen Sie die Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit den angegebenen Gliedern auf Konvergenz bzw. Divergenz und bestimmen Sie im Fall der Konvergenz den Grenzwert:

(a) $a_n := \frac{2n^3 - 5n^2 + 7}{8n^3 + 3n - 13}$

(b) $a_n := \left(\frac{2n^3 - 5n^2 + 7}{8n^3 + 3n - 13} \right)^3 - \left(\frac{2n^3 - 5n^2 + 7}{8n^3 + 3n - 13} \right)^2 + \frac{2n^3 - 5n^2 + 7}{8n^3 + 3n - 13}$

(c) $a_n = \sqrt{n + \sqrt{n+2}} - \sqrt{n+2}$

(d) $a_n = \sqrt{4n^2 - n + 2} - \sqrt{3n^2 + n - 4}$

(e) $a_n := n + 1 - \frac{(n-1)^2}{n+1}$

(f) $a_n := \frac{n}{n+1} + (-1)^n$

(g) $a_n := \frac{4^{2n}}{3^{4n}}$

(h) $a_n := \frac{3^n - 2n - 1}{5^n + n^5 + n} + \frac{3n^2 + 2n + 1}{1 - n - 7n^2}$

(i) $a_n := \frac{\sqrt{n^5} + 7n^2 + 4}{n^2 + n + 1}$

(j) $a_n := \frac{(n+1)!}{\sqrt{n} + 1}$

Aufgabe Ü4.2

Zeigen Sie, dass die Folge (a_n) mit

$$a_0 = 1, \quad a_{n+1} = \sqrt{1 + a_n}, \quad n \in \mathbb{N}_0$$

eine Cauchy-Folge ist, und berechnen Sie ihren Grenzwert.

Aufgabe Ü4.3

Nach Definition aus der Vorlesung heißt a Häufungspunkt einer Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, wenn es eine Teilfolge von $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ gibt, die gegen a konvergiert. In der Literatur wird auch der Begriff des Häufungswertes verwendet. Untersuchen Sie die Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ auf die Existenz von Häufungspunkten. Geben Sie falls möglich alle Häufungspunkte an.

(a) $a_n := (-1)^n \cdot \frac{3n^2 + 2n + 1}{2 - 5n^2}$

(b) $a_n := 6n + 36 \left\lfloor -\frac{n}{6} \right\rfloor + \frac{6n^3 - 1}{8 - 3n^3}$

(c) $a_n := 6n + 36 \left\lfloor -\frac{n}{6} \right\rfloor + \frac{(-1)^n 6n^3 - 1}{8 - 3n^3}$