

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2015/2016

Aufgaben für die Übungen vom 11. bis 13.11.2015

Aufgabe Ü5.1

Untersuchen Sie die folgenden Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ auf die Existenz von Häufungspunkten, und geben Sie ggf. alle Häufungspunkte an:

(a) $a_n = \sqrt[n]{3^n + ((-1)^n + 1)5^n}$

(b) $a_0 = 2, a_1 = 5, a_{n+2} = (-1)^{n+1} \frac{a_{n+1}}{a_n}, n \in \mathbb{N}_0$

Aufgabe Ü5.2

Berechnen Sie die Grenzwerte der folgenden konvergenten Folgen $(s_k)_{k \in \mathbb{N}}, N \subseteq \mathbb{N}_0$:

(a) $s_k = \sum_{n=0}^k \left(\frac{2}{3}\right)^n$

(b) $s_k = \sum_{n=1}^k \left(\frac{2}{3}\right)^n$

(c) $s_k = \sum_{n=2}^k \frac{(-4)^{n+1}}{5^{n-1}}$

Aufgabe Ü5.3

Ein Kunde schließt mit seiner Bank einen Ratensparvertrag über 20 Jahre zu einem Zinsfluss von traumhaften 5 Prozent ab. Zu Beginn des ersten Jahres zahlt er einen Einmalbetrag von 1000 Euro ein und anschließend jeweils am Ende des Jahres eine Rate von 250 Euro.

- (a) Welchen Wert hat das Kapital nach 20 Jahren?
- (b) Im Anschluss an die Einzahlphase soll dem Kunden ebenfalls 20 Jahre lang jeweils am Ende des Jahres ein gleichhoher (ebenfalls zu 5 Prozent verzinst) Betrag ausgezahlt werden. Wie hoch ist dieser ausgezahlte Betrag?

Hinweis: Der Endwert R_n aller Einzahlungen der Sparphase ist gleich dem Anfangswert aller Auszahlungen der Auszahlphase. Statt Anfangswert wird in der Finanzmathematik auch der Begriff des Barwerts verwendet. Der Barwert einer am Ende eines Jahres ausgezahlten Rente r wird allgemein als Endkapital einer „heute“ (d.h. hier zu Beginn der Auszahlphase) erfolgenden Einzahlung mit einer Verzinsung von $p \cdot 100$ Prozent ($p \in [0, 1]$) aufgefaßt.