Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus - Senftenberg

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2015/2016

Aufgaben für die Übungen vom 18. bis 20.11.2015

Aufgabe Ü6.1

Eine Schnecke sitzt an einem Ende eines 100 Meter langen Gummibandes. Am anderen Ende des Gummibandes befindet sich ein Kohlkopf, den die Schnecke fressen möchte. Man kann sich sicher vorstellen, dass der Schnecke mehrere Wasserfälle im Munde zusammenlaufen, wenn sie den Kohlkopf in der Ferne sieht. So kriecht sie los, beeilt sich nach Leibeskräften und kriecht jeden Tag einen Meter in Richtung des Kohlkopfs. Wir wollen annehmen, dass das Gummiband sich unendlich dehnen läßt, dass die Schnecke unsterblich ist und das der Kohlkopf ewig frisch bleibt. Denn nachts, wenn die Schnecke schläft, kommt ein Bösewicht und dehnt das Gummiband gleichmäßig um 100 Meter. Wird die Schnecke den Kohlkopf jemals erreichen oder wird sie ewig weiterkriechen? (*Hinweis: Drücken Sie zunächst den zurückgelegten Weg am n-ten Tag durch eine rekursiv definierte Folge aus. Rechnen Sie diesen anschließend in den Prozentsatz des Gesamtweges am n-ten Tag um.*)

Aufgabe Ü6.2

Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{13^n}{2^{n^2}}$ konvergiert. Führen Sie diesen Beweis

(a) mit dem Quotientenkriterium,

(b) mit dem Wurzelkriterium,

(c) mit dem Majorantenkriterium sowie

(d) durch Nachweis der Beschränktheit der zugehörigen Partialsummenfolge.

Aufgabe Ü6.3

(a) Begründen Sie, warum die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 - 2n + 7}{8 + 2n - 2n^2}$ divergiert.

(b) Ist die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2 + 1}{5n^2 - 8n} \right)^n$ konvergent?

(c) Untersuchen Sie die Reihe $\sum_{n=1001}^{\infty} \frac{n^{999}}{18^n}$ auf Konvergenz.

(d) Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+4}{n^2 + 4n + 4}$ divergiert.

(e) Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 8}{(n^2)!}$ konvergiert.

(f) Ist die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 2}{2(n^2)! + 3}$ absolut konvergent?