

Mathematik IT 3 (Analysis)

für die Studiengänge Informatik, IMT und eBusiness im Wintersemester 2015/2016

Aufgaben für die Übungen vom 25. bis 27.11.2015

Aufgabe Ü7.1

Untersuchen Sie mit dem Leibnizkriterium für alternierende Reihen, ob die folgenden Reihen konvergieren:

(a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)}{(n-1)!}$

(b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)}{(n-1)^2}$

Sind die Reihen auch *absolut konvergent*?

Aufgabe Ü7.2

(a) Weisen Sie mit Hilfe einer Partialbruchzerlegung der Summanden die Konvergenz Reihe

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^2 - 1}$$

nach, und berechnen Sie ihren Grenzwert.

(b) Bestimmen Sie eine Partialbruchzerlegung von $\frac{2}{(x^2 + x - 6)(x - 2)}$.

Aufgabe Ü7.3

(a) Zu jeder reellen Zahl x mit $0 < x < 1$ gibt es eine Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, so dass x in einen b -adischen Bruch $x = \sum_{k=1}^{\infty} a_k b^{-k}$ entwickelt werden kann. Entwickeln Sie $x = \frac{2}{9}$ in einen b -adischen Bruch für jeweils $b = 2$ und $b = 5$.

(b) Im Computer ist es unmöglich, reelle Zahlen als unendliche 2-adische Brüche darzustellen. Daher verwendet man die Gleitkomma-Darstellung, bei der alle Zahlen mit der selben relativen Genauigkeit dargestellt werden. Die 32-Bit-IEEE-Darstellung (IEEE = Institute of Electrical and Electronics Engineers) verwendet 32 Bits $(s, e_7, e_6, \dots, e_0, a_1, \dots, a_{23}) \in \{0, 1\}^{32}$ zur Darstellung einer reellen Zahl z . Dabei ist s wieder ein Vorzeichenbit und $e := \sum_{n=0}^7 e_n 2^n$ ist ein Exponent mit $0 \leq e \leq 127$ und es gilt

$$z = (-1)^s 2^{e-127} \left(1 + \sum_{k=1}^{23} a_k 2^{-k} \right) \quad (*)$$

Die Zahlen $a_1, \dots, a_{23}$ sind dabei so zu bestimmen, dass $1 \leq 1 + \sum_{k=1}^{23} a_k 2^{-k} < 2$ gilt. Bestimmen Sie die 32-Bit-IEEE-Darstellungen der Zahlen $x = -10$ und $y = \frac{11}{9}$. Werden die Zahlen x und y exakt dargestellt?