Brandenburgische
Technische Universität
Cottbus - Senftenberg

Lehrstuhl Mathematik, insbesondere
Numerische und Angewandte Mathematik
Prof. Dr. L. Cromme

Praktikum Mathematische Modellierung

für die Studiengänge Mathematik, Wirtschaftsmathematik, Informatik und Physik im Wintersemester 2015/16

Aufgabenblatt 4

Anfang März 2014 wurden fünf Bohnensamen in je einen mit Anzuchterde gefüllten Blumentopf eingesetzt. Zurückhaltende Wasserzufuhr brachte die Samen bei Zimmertemperatur sehr schnell zum Keimen. In den folgenden zwei Monaten wurde in mehr oder weniger regelmäßigen Abständen die Höhe der Bohnenpflanzen gemessen, wobei unter der Höhe die Länge der Sprossachse zu verstehen ist, d.h. also von der Erde bis zum Fruchtansatz (siehe Abb. 1). Die Messdaten sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Die Pflanzen waren während des Beoachtungszeitraums alle den gleichen Bedingungen ausgesetzt (Zimmertemperatur zwischen $18°C$ und $22°C$, halbschattiger Standort, mäßiges Gießen, keine Düngung). Leider sind bis auf eine Pflanze die restlichen durch Schädlingsbefall, die vermutlich in der Anzuchterde mitgeliefert wurden, vorzeitig eingegangen. Eine Pflanze konnte jedoch durch massiven Einsatz von Insektiziden gerettet werden, so dass aus diesem Versuch zumindest eine vollständige Datenreihe zur Verfügung steht.[1]

Der Versuch wurde ab Ende Juli 2014 wiederholt, leider ebenfalls mit mäßigem Erfolg. Aus fünf in je einen mit Gartenerde gefüllten Blumentopf gesetzten Bohnensamen sind lediglich drei Pflanzen hervorgegangen (siehe Abb. 2) , die während des Beobachtungszeitraums im Zimmer annähernd gleichen Bedingungen ausgesetzt waren (Zimmertemperatur zwischen $22°C$ und $27°C$, halbschattiger Standort, mäßiges Gießen, keine Düngung). Die Messdaten sind den Tabellen 2 und 3 zu entnehmen.

Abb. 1: *Bohne 3 mit Blüte am 20.04.2014.*

Abb. 2: *Die Bohnen 5 bis 7 (v.l.n.r) am 16.08.2014.*

[1] Da ein Verzehr der Früchte hier offenbar gesundheitlich nicht mehr ganz unbedenklich gewesen wäre, wurde auch diese Pflanze nach Abschluss der Messreihe vorzeitig entsorgt.

Außerdem wurde ab Ende Juli 2014 ein analoger Versuch zum Bohnenwachstum im Freiland durchgeführt. Dazu wurden (zu verschiedenen Zeitpunkten) insgesamt elf Bohnensamen in jeweils einen mit Gartenerde gefüllten Blumentopf eingesetzt. Leider sind daraus nur fünf Pflanzen hervorgegangen (siehe Abb. 3 und 4). Die Pflanzen waren alle den gleichen Bedingungen ausgesetzt (halbschattiger, vor Regen geschützter Standort, Umgebungstemperatur zwischen $5°C$ und $37°C$, mäßiges Gießen per Hand, keine Düngung). Die Messdaten sind den Tabellen 4 und 5 zu entnehmen.

Modellieren Sie das Bohnenwachstum im Zimmer durch geeignete mathematische Modelle. Besteht ein funktionaler Zusammenhang zwischen Zeit und Länge? Kann man das Modell dazu verwenden, um die voraussichtliche maximale Pflanzenhöhe ab einem beliebigen Zeitpunkt zu prognostizieren? Kann das Modell für das Wachstum im Zimmer auf das Wachstum im Freiland übertragen werden? Falls nein, dann modellieren Sie außerdem das Bohnenwachstum im Freiland. Diskutieren Sie Ihre Ergebnisse kritisch.

Abb. 3: *Die Bohnen 9, 8 und 10 (v.l.n.r.) am 16.08.2014.*

Abb. 4: *Die Bohnen 11 (links) und 12 am 16.08.2014.*

Hinweise:

- Die Messreihen in den Tabellen 1 bis 5 senden wir Ihnen als Excel-Tabelle per E-Mail zu.
- Zur rechnergestützten Auswertung der Messdaten soll Matlab (oder ggf. Octave) verwendet werden. Alle Eingaben sind in geeigneter Weise als lauffähiges Matlab-Skript mit abzugeben, nach dessen Aufruf die Ausgaben in geeigneter Weise angezeigt werden.
- Setzen Sie sich kritisch mit Ihren Ergebnissen auseinander. Dokumentieren Sie ihre Überlegungen und Ergebnisse in geeigneter Weise. Wir empfehlen dazu die Verwendung von LaTeX.

Datum	Uhrzeit	Länge in cm			
		Bohne 1	Bohne 2	Bohne 3	Bohne 4
01.03.2014	17:00	0	0	0	0
08.03.2014	18:45	0.4	1.4	2.5	1.8
09.03.2014	10:30	1	2.3	4.1	3
09.03.2014	20:00	1.4	2.9	6.6	4.5
10.03.2014	05:10	2.1	4.7	8.3	6
10.03.2014	18:33	2.1	7.5	10.8	8
11.03.2014	05:08	2.6	9.3	12.6	9.4
11.03.2014	19:12	3.1	13.2	15.3	12.8
12.03.2014	05:47	3.3	14.4	16.8	13.7
12.03.2014	18:52	3.5	15.9	17.7	14.9
13.03.2014	04:49	3.8	17	18.1	15.9
13.03.2014	19:35	4.8	18.4	18.9	16.8
14.03.2014	05:44	5	19.3	19.4	17.1
14.03.2014	21:30	5.5	20.1	20	17.3
15.03.2014	07:25	5.9	20.3	20.3	17.4
15.03.2014	19:41	6.1	20.5	20.3	17.4
16.03.2014	08:12	6.4	20.5	20.4	17.4
17.03.2014	17:40	6.5	20.5	20.5	17.4
20.03.2014	20:05	6.7	20.6	20.8	17.6
24.03.2014	13:55	6.8	21.2	21.9	18.5
28.03.2014	16:30	6.8	21.7	24.7	18.8
30.03.2014	11:55	6.8	-	25.5	18.8
01.04.2014	19:05	6.9	-	25.9	18.9
05.04.2014	11:30	7.1	-	26.2	19
08.04.2014	17:25	-	-	26.3	19
14.04.2014	19:30	-	-	26.7	-
20.04.2014	08:00	-	-	26.9	-
27.04.2014	20:00	-	-	26.9	-
04.05.2014	14:35	-	-	26.9	-

Tabelle 1: *Längen der Bohnenpflanzen 1 bis 4*

Datum	Uhrzeit	Länge in cm
27.07.2014	19:30	0
31.07.2014	13:17	1.8
01.08.2014	04:11	4.4
01.08.2014	12:56	7.2
01.08.2014	17:04	8.4
01.08.2014	20:16	9.1
02.08.2014	07:42	12.9
02.08.2014	12:18	14.4
02.08.2014	19:09	16.1
03.08.2014	06:20	17.9
03.08.2014	12:17	18.8
03.08.2014	19:25	19.7
04.08.2014	04:11	20.9
04.08.2014	17:18	21.7
05.08.2014	04:12	22.6
05.08.2014	19:25	23
06.08.2014	04:09	23.2
06.08.2014	19:07	23.3
07.08.2014	05:00	23.4
07.08.2014	18:06	23.5
08.08.2014	04:05	23.5
10.08.2014	20:09	23.6
16.08.2014	07:25	23.8
18.08.2014	18:48	23.8
22.08.2014	13:06	24.2
26.08.2014	09:18	24.4
28.08.2014	09:35	24.6
30.08.2014	10:20	24.8

Tabelle 2: *Bohnenpflanze 5*

Datum	Uhrzeit	Länge in cm	
		Bohne 6	Bohne 7
04.08.2014	17:25	0	0
08.08.2014	12:58	1.8	2.4
08.08.2014	20:15	2.9	3.2
09.08.2014	06:32	4.5	4.8
09.08.2014	12:03	6.8	7.2
09.08.2014	16:47	8.4	8.6
09.08.2014	21:53	10.3	10.9
10.08.2014	07:17	13.2	15
10.08.2014	10:52	14.5	15.9
10.08.2014	16:00	16.1	18.2
10.08.2014	20:09	17.9	20.5
11.08.2014	04:12	20	20.9
11.08.2014	12:57	21.1	22.9
11.08.2014	18:12	22.3	23.8
11.08.2014	21:04	22.7	24.4
12.08.2014	04:14	23.6	25.3
12.08.2014	12:55	24.3	26.4
12.08.2014	18:03	24.3	26.8
12.08.2014	20:56	24.4	27.1
13.08.2014	04:12	24.8	27.8
13.08.2014	12:55	25	28.1
13.08.2014	20:52	25.2	28.8
14.08.2014	04:12	25.4	28.9
14.08.2014	12:53	25.4	28.9
14.08.2014	21:06	25.4	29
15.08.2014	13:05	25.4	29.1
16.08.2014	07:25	25.5	29.2
17.08.2014	09:30	25.5	29.2
17.08.2014	19:50	25.6	29.2
18.08.2014	18:48	25.9	29.3
22.08.2014	13:06	28.8	29.9
23.08.2014	20:00	30.4	30.5
26.08.2014	09:18	31.1	32.4
28.08.2014	09:35	31.7	33
30.08.2014	10:20	31.9	33.7

Tabelle 3: *Länge der Bohnenpflanzen 6 und 7*

Datum	Uhrzeit	Länge in cm
17.07.2014	17:30	0
22.07.2014	17:10	1.5
23.07.2014	04:18	2.1
23.07.2014	18:47	4.4
24.07.2014	04:17	4.9
24.07.2014	14:58	5.3
24.07.2014	19:01	5.4
25.07.2014	04:14	5.6
25.07.2014	17:37	6
26.07.2014	07:05	6.4
27.07.2014	08:16	7.1
27.07.2014	19:24	7.4
28.07.2014	05:08	7.7
28.07.2014	19:17	8
29.07.2014	04:35	8
29.07.2014	18:57	8.1
30.07.2014	13:20	8.5
31.07.2014	14:33	9.1
01.08.2014	12:58	10.8
01.08.2014	20:20	11.1
02.08.2014	07:50	12
02.08.2014	13:32	12.4
02.08.2014	19:00	12.9
03.08.2014	06:20	13.6
03.08.2014	12:43	14.3
03.08.2014	19:15	14.7
04.08.2014	04:38	15.2
04.08.2014	17:15	17
05.08.2014	16:35	18.3
06.08.2014	04:37	19.5
06.08.2014	18:02	20
07.08.2014	05:11	20.5
07.08.2014	17:42	20.5
08.08.2014	13:37	21
09.08.2014	06:45	21.4
09.08.2014	16:15	21.4
10.08.2014	07:33	21.4
11.08.2014	16:23	21.5
12.08.2014	13:00	21.6
12.08.2014	21:00	21.7
13.08.2014	13:02	21.9
13.08.2014	20:57	22.1
14.08.2014	12:45	24.2
15.08.2014	13:11	25.3
16.08.2014	07:30	26.6
16.08.2014	19:28	27
17.08.2014	09:45	27.1
17.08.2014	18:50	27.7
18.08.2014	19:10	28.7
19.08.2014	19:15	29.4
20.08.2014	17:05	30
21.08.2014	18:55	30.1
22.08.2014	18:37	30.1
24.08.2014	16:50	30.1
26.08.2014	15:10	30.5
28.08.2014	09:55	30.8
31.08.2014	11:30	30.9

Tabelle 4: *Bohnenpflanze 8*

		Länge in cm			
Datum	Uhrzeit	Bohne 9	Bohne 10	Bohne 11	Bohne 12
27.07.2014	10:00	0	0	0	0
01.08.2014	12:58	1.1	2.1	1.2	3.4
01.08.2014	20:20	2.1	2.8	1.5	4.6
02.08.2014	07:50	3.4	2.8	2.3	5.1
02.08.2014	13:32	4.1	4.3	4.8	5.9
02.08.2014	19:00	4.8	4.8	6.1	6
03.08.2014	06:20	6	5.1	7.6	6.2
03.08.2014	12:43	6.5	5.2	8.4	6.2
03.08.2014	19:15	6.8	5.4	8.8	6.4
04.08.2014	04:38	7.2	5.6	9.6	6.6
04.08.2014	17:15	8.1	6	10.5	7.3
05.08.2014	16:35	9.7	7.1	12	8.9
06.08.2014	04:37	10.3	7.8	13	9.4
06.08.2014	18:02	10.8	8.3	13.7	10
07.08.2014	05:11	11.5	8.9	14.6	11.1
07.08.2014	17:42	11.7	9.6	15.1	11.7
08.08.2014	13:37	12.8	10.3	15.6	12.6
09.08.2014	06:45	12.8	10.8	16	13.1
09.08.2014	16:15	13.7	11.1	17	14
10.08.2014	07:33	14.1	11.1	17.4	14.6
10.08.2014	12:53	14.7	11.5	17.6	15.5
10.08.2014	20:13	15.3	12.1	18.1	15.7
11.08.2014	16:23	17	13.3	20	17.6
12.08.2014	13:00	18.8	14.1	21.5	19.4
12.08.2014	21:00	19.5	14.6	22.3	20.5
13.08.2014	13:02	20.7	15.9	23.1	21.5
13.08.2014	20:57	21.5	16.3	23.8	21.9
14.08.2014	12:45	22.7	16.7	24.6	22.2
15.08.2014	13:11	23.5	18.4	25.5	22.7
16.08.2014	07:30	24.4	20	26	23
16.08.2014	19:28	24.5	20.2	26.1	23.1
17.08.2014	09:45	24.9	20.8	26.3	23.4
17.08.2014	18:50	25	21.1	26.6	23.5
18.08.2014	19:10	25.8	22.4	27.1	23.9
19.08.2014	19:15	26	22.9	27.4	24
20.08.2014	17:05	26.3	23.2	27.5	24
21.08.2014	18:55	26.3	23.5	27.6	24.2
22.08.2014	18:37	26.3	23.6	27.6	24.2
24.08.2014	16:50	26.3	23.6	27.6	24.4
26.08.2014	15:10	26.4	23.7	27.6	24.5
28.08.2014	09:55	26.4	24.1	27.8	25
31.08.2014	11:30	26.6	24.4	28	26.6

Tabelle 5: *Länge der Bohnenpflanzen 9 bis 12*