

Praktikum Mathematische Modellierung

für die Studiengänge Mathematik, Wirtschaftsmathematik, Informatik und Physik im Wintersemester 2015/16

Aufgabenblatt 5

In den Mittelpunkt des Bodens zweier zylinderförmiger, oben offener Behälter wurde ein kleines Loch gebohrt. Die Behälter wurden mit einem bzw. einem halben Liter Wasser gefüllt. Durch das Loch im Boden strömt das Wasser in einen Messbecher. Anschließend wurde die Zeit gestoppt, die bis zum Erreichen verschiedener Wassermengen im Messbecher vergangen ist. Es wurden zwei verschiedene Behälter verwendet: ein etwas größerer Becher, in dem zuvor Fleckenentferner enthalten war, sowie ein Quarkeimer.

Der Versuch wurde für jeden Bodenlochdurchmesser wiederholt, wobei allerdings auf dem Boden der Behälter Filterpapier befestigt wurde. Verwendet wurden handelsübliche Teefilter. Dabei wurde einerseits ein Stück aus der Lasche des Teefilters verwendet (nachfolgend als „einfacher“ Filter bezeichnet), andererseits ein Stück vom unteren Rand verwendet („doppelter“ Filter). Die Filterstücke wurden mittels Paketklebeband auf der Innenseite des Behälterbodens befestigt.

Die Tabellen 1 bis 4 zeigen die zugehörigen Zeiten und Füllmengen im Messbecher für diesen Versuchsaufbau für unterschiedliche Anzahl Filterpapierlagen. Die o.g. Versuche wurden z.T. unterschiedlich oft wiederholt.

Modellieren Sie die Zusammenhänge zwischen vergangener Zeit und der Wassermenge im Behälter. Kann man mit dem Modell zu einem beliebigen Zeitpunkt, zu dem der Behälter noch nicht leer ist, vorhersagen, wann er leer sein wird? War zu Beginn der Versuche tatsächlich exakt ein bzw. ein halber Liter Wasser im Gefäß? Diskutieren Sie verschiedene Möglichkeiten zur Bestimmung von Modellparametern aus den Messwerten. Kann man aus einer die Messdaten beschreibenden Funktion den Durchmesser der runden Behälter Fleckenentferner bzw. Quarkeimer stets ermitteln, wenn der Durchmesser des Bodenloches bekannt ist?

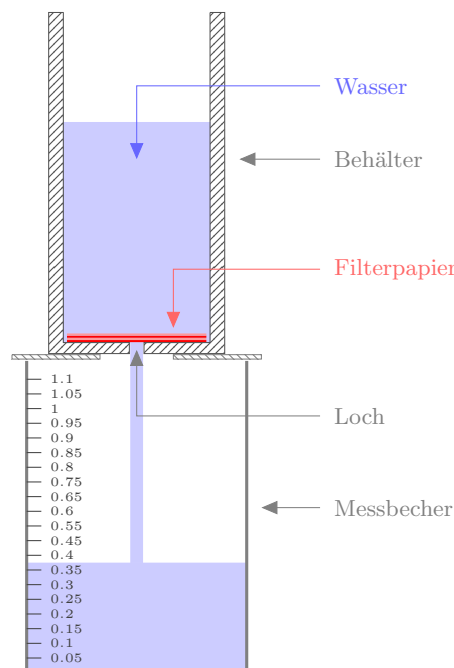


Abb. 1: Schematischer Querschnitt durch den Versuchsaufbau.

Filtertyp	ohne														einfach		doppelt			
Versuch Nr.	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
Menge (L)	min	s	min	s	min	s	min	s	min	s	min	s	min	s	min	s	min	s	min	s
0.1	1	02	1	01	1	02	0	57	0	58	0	56	0	55	3	22	6	21	9	56
0.15	1	28	1	30	1	29	1	21	1	19	1	17	1	17	4	48	9	57	-	-
0.2	1	56	1	54	1	54	1	43	1	44	1	41	1	42	6	38	13	11	20	03
0.25	2	23	2	23	2	22	2	14	2	12	2	09	2	10	8	05	17	07	24	41
0.3	2	50	2	51	2	49	2	38	2	39	2	35	2	36	9	42	20	43	29	32
0.35	3	21	3	23	3	22	3	11	3	08	3	06	3	07	11	29	25	13	-	-
0.4	3	51	3	52	3	53	3	38	3	37	3	37	3	37	13	31	29	45	-	-
0.45	4	26	4	27	4	28	4	09	4	11	4	10	4	11	15	22	34	33	44	52
0.5	5	00	4	59	5	00	4	41	4	43	4	41	4	45	17	20	39	18	49	39
0.55	5	35	5	36	5	38	5	17	5	21	5	15	5	20	19	26	45	05	55	40
0.6	6	16	6	15	6	16	5	49	5	55	5	51	5	57	21	34	51	02	61	15
0.65	7	04	7	03	7	04	6	28	6	33	6	35	6	40	23	46	57	34	-	-
0.7	7	49	7	48	7	51	7	16	7	21	7	17	7	21	26	25	64	36	-	-
0.75	8	44	8	45	8	45	8	01	8	08	8	10	8	13	28	57	73	41	85	26
0.8	9	39	9	37	9	39	8	46	8	52	9	03	9	05	31	09	82	54	93	52
0.85	10	53	10	51	10	52	9	52	9	56	10	05	10	06	34	14	95	06	105	24
0.9	12	11	12	08	12	09	10	54	11	01	11	16	11	20	37	28	110	21	115	47
0.95	13	42	13	37	13	41	12	28	12	29	12	51	12	58	40	41	132	18	130	27

Tabelle 1: Ausfluss von einem Liter Wasser aus dem Behälter „Fleckenentferner“ - Messzeiten (Minuten [min] und Sekunden [s]) bis zur Erreichung verschiedener Mengen im Messbecher; Bodenlochdurchmesser: 2.0 mm

Filtertyp	ohne						einfach						doppelt	
Versuch Nr.	11		12		13		14		15		16		17	
Menge (L)	min	s	min	s	min	s	min	s	min	s	min	s	min	s
0.1	0	25	0	26	0	25	2	04	3	52	1	48	2	03
0.15	0	35	0	36	0	36	3	18	5	47	2	43	3	05
0.2	0	47	0	48	0	48	4	32	7	43	3	45	4	08
0.25	0	59	1	00	0	59	6	01	9	55	4	48	5	15
0.3	1	12	1	13	1	14	7	35	12	24	6	08	6	32
0.35	1	27	1	27	1	28	9	26	15	09	7	31	7	51
0.4	1	40	1	39	1	41	11	24	18	02	9	09	9	33
0.45	1	56	1	55	1	56	13	30	20	47	10	51	11	08
0.5	2	11	2	09	2	13	15	35	23	24	12	36	12	44
0.55	2	28	2	27	2	30	18	03	26	46	14	33	14	46
0.6	2	46	2	44	2	47	20	38	29	58	16	41	16	51
0.65	3	05	3	04	3	06	23	15	33	05	18	58	19	03
0.7	3	27	3	25	3	31	26	16	36	52	21	12	21	31
0.75	3	52	3	50	3	52	29	41	40	39	24	05	24	25
0.8	4	15	4	14	4	20	33	05	44	31	27	07	27	37
0.85	4	48	4	46	4	52	37	12	48	53	30	32	31	31
0.9	5	25	5	21	5	33	42	26	53	08	34	47	36	10
0.95	6	18	6	16	6	22	48	14	58	31	40	03	42	28

Tabelle 2: Ausfluss von einem Liter Wasser aus dem Behälter „Fleckenentferner“ - Messzeiten (Minuten [min] und Sekunden [s]) bis zur Erreichung verschiedener Mengen im Messbecher; Bodenlochdurchmesser: 2.5 mm

Filtertyp	ohne						einfach	
Versuch Nr.	18		19		20		21	
Menge (L)	min	s	min	s	min	s	min	s
0.1	0	17	0	16	0	16	2	13
0.15	0	24	0	23	0	23	3	12
0.2	0	31	0	30	0	31	4	34
0.25	0	39	0	38	0	37	5	40
0.3	0	47	0	45	0	46	7	09
0.35	0	56	0	54	0	55	8	57
0.4	1	04	1	02	1	02	10	51
0.45	1	13	1	11	1	12	12	58
0.5	1	22	1	19	1	19	15	16
0.55	1	32	1	29	1	28	18	11
0.6	1	42	1	39	1	38	21	31
0.65	1	54	1	51	1	51	24	55
0.7	2	05	2	01	2	01	29	32
0.75	2	17	2	15	2	14	34	41
0.8	2	31	2	28	2	28	40	12
0.85	2	46	2	45	2	43	48	36
0.9	3	06	3	05	3	03	59	27
0.95	3	32	3	31	3	30	72	44

Tabelle 3: Ausfluss von einem Liter Wasser aus dem Behälter „Fleckenentferner“ - Messzeiten (Minuten [min] und Sekunden [s]) bis zur Erreichung verschiedener Mengen im Messbecher; Bodenlochdurchmesser: 3.0 mm

Filtertyp	ohne										einfach				doppelt	
Versuch Nr.	1		2		3		4		5		6		7		8	
Menge (L)	min	s	min	s	min	s	min	s	min	s	min	s	min	s	min	s
0.1	0	54	0	55	0	52	0	53	0	52	3	02	3	20	9	16
0.15	1	23	1	25	1	21	1	22	1	21	5	08	5	26	16	29
0.2	1	53	1	56	1	50	1	49	1	50	7	11	7	34	23	58
0.25	2	30	2	33	2	22	2	23	2	23	9	26	10	05	33	52
0.3	3	06	3	14	2	59	3	00	2	58	11	50	12	33	44	11
0.35	3	52	4	01	3	40	3	42	3	39	14	04	15	13	56	08
0.4	4	49	5	05	4	32	4	35	4	31	16	43	18	14	71	03
0.45	6	16	6	36	5	45	5	51	5	47	20	07	21	57	82	33

Tabelle 4: Ausfluss von einem halben Liter Wasser aus dem Behälter „Quarkeimer“ - Messzeiten (Minuten [min] und Sekunden [s]) bis zur Erreichung verschiedener Mengen im Messbecher; Bodenlochdurchmesser: 1.8 mm

Filtertyp	ohne				einfach						doppelt	
Versuch Nr.	9		10		11		12		13		14	
Menge (L)	min	s	min	s	min	s	min	s	min	s	min	s
0.1	0	40	0	40	5	14	1	40	6	17	5	28
0.15	1	01	1	00	8	16	2	38	11	08	9	11
0.2	1	21	1	21	11	29	3	39	16	07	13	24
0.25	1	45	1	44	14	51	4	44	23	05	18	16
0.3	2	10	2	09	18	02	5	51	31	13	23	59
0.35	2	40	2	39	21	08	7	05	41	32	30	57
0.4	3	16	3	16	24	36	8	32	56	11	40	45
0.45	4	07	4	08	28	31	10	24	78	27	58	37

Tabelle 5: Ausfluss von einem halben Liter Wasser aus dem Behälter „Quarkeimer“ - Messzeiten (Minuten [min] und Sekunden [s]) bis zur Erreichung verschiedener Mengen im Messbecher; Bodenlochdurchmesser: 2.1 mm

Filtertyp	ohne					
Versuch Nr.	15		16		17	
Menge (L)	min	s	min	s	min	s
0.1	0	27	0	28	0	28
0.15	0	41	0	43	0	42
0.2	0	56	0	56	0	57
0.25	1	13	1	13	1	12
0.3	1	30	1	29	1	29
0.35	1	49	1	48	1	48
0.4	2	14	2	12	2	12
0.45	2	50	2	48	2	48

Tabelle 6: Ausfluss von einem halben Liter Wasser aus dem Behälter „Quarkeimer“ - Messzeiten (Minuten [min] und Sekunden [s]) bis zur Erreichung verschiedener Mengen im Messbecher; Bodenlochdurchmesser: 2.5 mm

Tabelle	Dateiname	Behälter	Bodenlochdurchmesser
1	messwerte_ein.Liter_2.mm.xls	Fleckenentferner	2.0 mm
2	messwerte_ein.Liter_25.mm.xls	Fleckenentferner	2.5 mm
3	messwerte_ein.Liter_3.mm.xls	Fleckenentferner	3.0 mm
4	messwerte_halber.Liter_18.mm.xls	Quarkeimer	1.8 mm
5	messwerte_halber.Liter_21.mm.xls	Quarkeimer	2.1 mm
6	messwerte_halber.Liter_25.mm.xls	Quarkeimer	2.5 mm

Tabelle 7: Übersicht der Excel-Dateien mit den Messwerten aus den Tabellen 1 bis 6. Jeder der Dateien enthält Arbeitsblätter mit den selbsterklärenden Namen ohne.Filter, mit.Einfachfilter sowie mit.Doppelfilter.



Abb. 2: Versuchsaufbau, links der Behälter „Fleckenentferner“, rechts der Quarkeimer.

Hinweise:

- Die in Tabelle 7 genannten Excel-Tabellen senden wir Ihnen per E-Mail zu.
- In den Excel-Tabellen sind die Zeiten so angelegt, dass Minuten und Sekunden durch ein Komma getrennt als reelle Zahl gespeichert sind, wobei die Nachkommastellen die Sekunden angeben.
- Zur rechnergestützten Auswertung der Messdaten soll Matlab (oder ggf. Octave) verwendet werden. Alle Eingaben sind in geeigneter Weise als lauffähiges Matlab-Skript mit abzugeben, nach dessen Aufruf die Ausgaben in geeigneter Weise angezeigt werden.
- Setzen Sie sich kritisch mit Ihren Ergebnissen auseinander. Dokumentieren Sie ihre Überlegungen und Ergebnisse in geeigneter Weise, u.a. auch durch grafische Darstellung einiger Ergebnisse. Wir empfehlen dazu die Verwendung von L^AT_EX.